Separatabdruck aus Tschermaks Mineral. u. petrogr. Mitt., Band XXVIII, Heft 3.

Zur Messung des Achsenwinkels aus der Hyperbelkrümmung.

In dem Artikel über das Doppelschraubenmikrometerokular ist Herr Wright[1]) auf meine Methode der Achsenwinkelmessung aus der Hyperbelkrümmung[2]) eingegangen und hat eine Verbesserung der Konstruktion angegeben, die, wie ich gerne anerkenne, leichter und in der Ausführung einfacher ist als die von mir vorgeschlagene. Doch ist dabei übersehen worden, daß jener theoretische Fehler, der dem Prinzip der Methode anhaftet und der durch meine Konstruktion ausgeglichen wird, durch die neue Methode nicht eliminiert wird, sich vielmehr bei Befolgung der von Wright gegebenen Anleitung sehr stark geltend macht.

Wie erinnerlich, handelt es sich bei der erwähnten Methode um eine Anwendung des bekannten Fresnelschen Satzes, daß die Schwingungsrichtungen für irgend einen Schnitt eines zweiachsigen Krystalls die Winkel der Ebenen halbieren, welche durch die Schnitt-Normale und die beiden optischen Achsen A_1 und A_2 gelegt werden.

Die Methode beruht nun darauf, auf irgend einen Punkt der Hyperbel in Diagonalstellung H diesen Fresnelschen Satz anzuwenden. Dies ist in Strenge nicht möglich, weil ein Punkt außerhalb der Mitte des Gesichtsfeldes im Interferenzbild gar keine völlige Auslöschung erfährt, da die Skiodromen mit Ausnahme gewisser Einzelfälle nicht senkrecht aufeinanderstehen und elliptische Polarisation eintritt. Streng genommen ist die Mitte der Hyperbel im konoskopischen Bild dadurch charakterisiert, daß die Halbierungslinien des Winkels der Skiodromen 45° mit den Nicolhauptschnitten einschließen.

Der Unterschied zwischen Herrn Wrights und meiner Konstruktion liegt nur in der Art, wie die Schwingungsrichtung der Nicols in den Punkt H der Hyperbel übertragen wird. Alles übrige bleibt gleich: die Verwendung des zu H polaren Kreises KL, die Bestimmung des der Achse A in KL entsprechenden Punktes A′, die Ermittlung des zur Schwingungsrichtung symmetrischen Punktes B′ in KL, welcher dann durch einen Großkreis mit H verbunden in der Achsenebene den Ort der zweiten Achse B bestimmt.

[1]) Diese Mitt., Bd. XXVII, pag. 293.

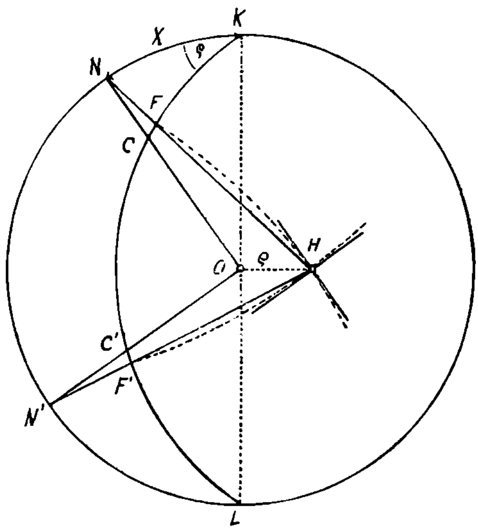
[2]) Diese Mitt., Bd. XXIV, pag. 35.

Die Übertragung der Nicolhauptschnitte in den Punkt H der Hyperbel erfolgt nach meinem Vorschlage so, daß in der stereographischen Projektion durch H eine Parallele zum Nicolhauptschnitt ON gezogen, sodann mit Hilfe des stereographischen Netzes jener Großkreis aufgesucht wird, der die Gerade in H tangiert. Der Durchschnittspunkt F dieses Tangierungskreises mit dem Konstruktionskreis KL wird dann als Schwingungsrichtung in H angesehen.

Natürlich kann auch der Nicolhauptschnitt ON′, senkrecht zu ON, gewählt werden. Er gibt wegen der Winkeltreue der stereographischen Projektion einen Punkt F′ in KL, der um 90° von F absteht. (Vergl. meine Figur l. c., pag. 36.)

Die Aufsuchung des Tangierungskreises findet Herr Wright unbequem und er gibt für die Ermittlung des die Nicolstellung darstellenden Punktes in KL die in der Tat sehr einfache Regel: Man ziehe den Radius ON parallel dem Nicolhauptschnitt, wo dieser KL durchschneidet, liegt der gesuchte Punkt C. Hierbei ist

Fig. 1.



nur übersehen, daß der zu ON senkrechte Hauptschnitt des zweiten Nicols ON′ gleichfalls auf KL einen solchen Punkt bestimmt, und daß diese Punkte nicht um 90°, sondern um einen Winkel kleiner als 90° voneinander abstehen. Man erhält daher, je nachdem die Schwingungsrichtung von Analysator oder Polarisator zur Konstruktion verwendet wird, zwei verschiedene zu A′ symmetrisch liegende Punke B′ und weiterhin zwei verschiedene Werte für 2 V.

Der Unterschied des Bogens CC′ von 90° hängt ab von der Zentraldistanz des Punktes H, die ich mit ρ bezeichne, und von dem Winkel zwischen dem Azimut des Punktes H und der Stellung des einen Nicols, der χ heißen mag. Derselbe Winkel χ wiederholt sich zwischen dem Hauptschnitt des zweiten Nicols und dem zum Azimut von H senkrechten Durchmesser KL. Durch χ und ρ ist die Stellung von H gegen den Nicolhauptschnitt bestimmt. (Vgl. Fig. 1.)

Aus dem Dreieck COC′ ergibt sich:

$$\cos CC' = \cos OC \,.\, \cos OC' = \sin NC \,.\, \sin N'C'.$$

NC und N′C′ lassen sich aus den Dreiecken KNC und LN′C′ durch χ und ρ ausdrücken. Man erhält nach einigen Umformungen:

$$\cos CC' = \frac{\sin\chi \,\cos\chi \,\mathrm{tg}^2\rho}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\rho + \sin^2\chi \,\cos^2\chi \,\mathrm{tg}^4\rho}}$$

Ist der Ausdruck rechts gleich null, so wird CC′ gleich 90° und die Wrightsche Konstruktion gibt ein richtiges Resultat. Dies tritt ein für $\chi=0^0$ und $\chi=90^0$, also dann, wenn der anvisierte Punkt der Hyperbel im Azimut eines Nicolhauptschnittes liegt. Außerdem für $\rho=0$, das heißt, wenn H mit dem Mittelpunkt des Gesichtsfeldes zusammenfällt. In jedem anderen Falle ist cos CC′ größer als null und kleiner als eins, also CC′ kleiner als 90°. Bei gegebenem ρ ist die Abweichung am größten bei $\chi=45^0$.

Solange ρ klein bleibt, ist CC′ von 90° nicht sehr verschieden. Die Differenz steigt aber dann rasch an. Bei $\chi=45^0$ ist für

$\rho=$	10°	20°	30°	45°
CC′=	89° 6′	85° 55′	78° 26′	70° 31′

Die Fehler der Wrightschen Konstruktion kompensieren sich, wenn sie mit beiden Schwingungsrichtungen durchgeführt wird. Das Mittel beider liefert dann sehr nahe dasselbe Resultat wie meine Konstruktion.

Gegenüber meiner Konstruktion hätte diese doppelte Konstruktion nach Wright noch immer den Vorteil der einfacheren Ausführung. Aber auch die Aufsuchung des Punktes F nach meiner Methode kann in ähnlich vereinfachter Weise erfolgen, wie ich erst bei der Prüfung des Wrightschen Verfahrens wahrgenommen habe. Man verbinde N durch eine gerade Linie mit H. Diese schneidet den Konstruktionskreis in F, wie sich ja daraus ergibt, daß H der Winkelpunkt für KL ist und F so weit von K längs KL abstehen muß, wie N im Grundkreis von K entfernt ist.

Mittelst dieses neuen Verfahrens habe ich das erste Beispiel des Artikels von 1905 (Oligoklas von Twedestrand) nochmals durchkonstruiert und auch die Konstruktion nach dem Wrightschen Verfahren gemacht.

Die Beobachtung ergab: Azimut der Achsenebene=0°. Achse: Azimut +115°, Zentraldistanz 13·6°.

Polarisator:	—15°	Punkt H_1:	Azimut	— 12°	Zentraldistanz 20°
„	—30°	„ H_2:	„	— 74°	
„	—45°	„ H_3:	„	—115°	

Die Konstruktion ergab nach Wright unter Verwendung der angegebenen Stellung des Polarisators die Werte unter p, unter Verwendung der Schwingungsrichtung des Analysators die Werte unter a. Das Mittel beider steht unter m. Endlich unter Verwendung meiner Methode die Werte unter t.

Ich fand aus

	a	p	m	t
Punkt H_1 2 V=	87·5°	85°	86·2°	86°
„ H_2	73·6°	85°	79·3°	79°
„ H_3	80°	89°	84·5°	84·5°
Mittel			83·3°	83·2°

Die Zahlen unter t differieren etwas von den 1905 gefundenen ($83^1/_2$, 79, 82), was von der neuen Art, den Punkt F zu bestimmen, herrührt.

Zu bemerken ist der kleine Unterschied zwischen p und a bei H_1. Hier fallen die Azimute von H und Nicolhauptschnitt nahe zusammen. Die große Differenz bei H_2 (11·4°) steht mit dem größeren Wert von χ (44°) in Zusammenhang. Das Mittel zwischen p und a stimmt sehr gut mit dem nach meiner Konstruktion gefundenen überein. Letztere ist daher mit der hier empfohlenen Vereinfachung vorzuziehen.

In dem Artikel des Herrn Wright finden sich Figuren, welche die theoretisch abgeleitete Gestalt der Isogyren für verschiedene Werte von 2 V bei gegebener Lage der Achse und der Nicolhauptschnitte darstellen. Sollte die schwer verständliche unsymmetrische Gestalt einiger dieser Kurven (z. B. Fig. 10, pag. 308) nicht mit dem oben aufgedeckten Fehler zusammenhängen? Da Herr Wright über die Konstruktion seiner Zeichnungen nichts Genaueres angibt, war ich nicht in der Lage, die Frage weiter zu verfolgen.

F. Becke.